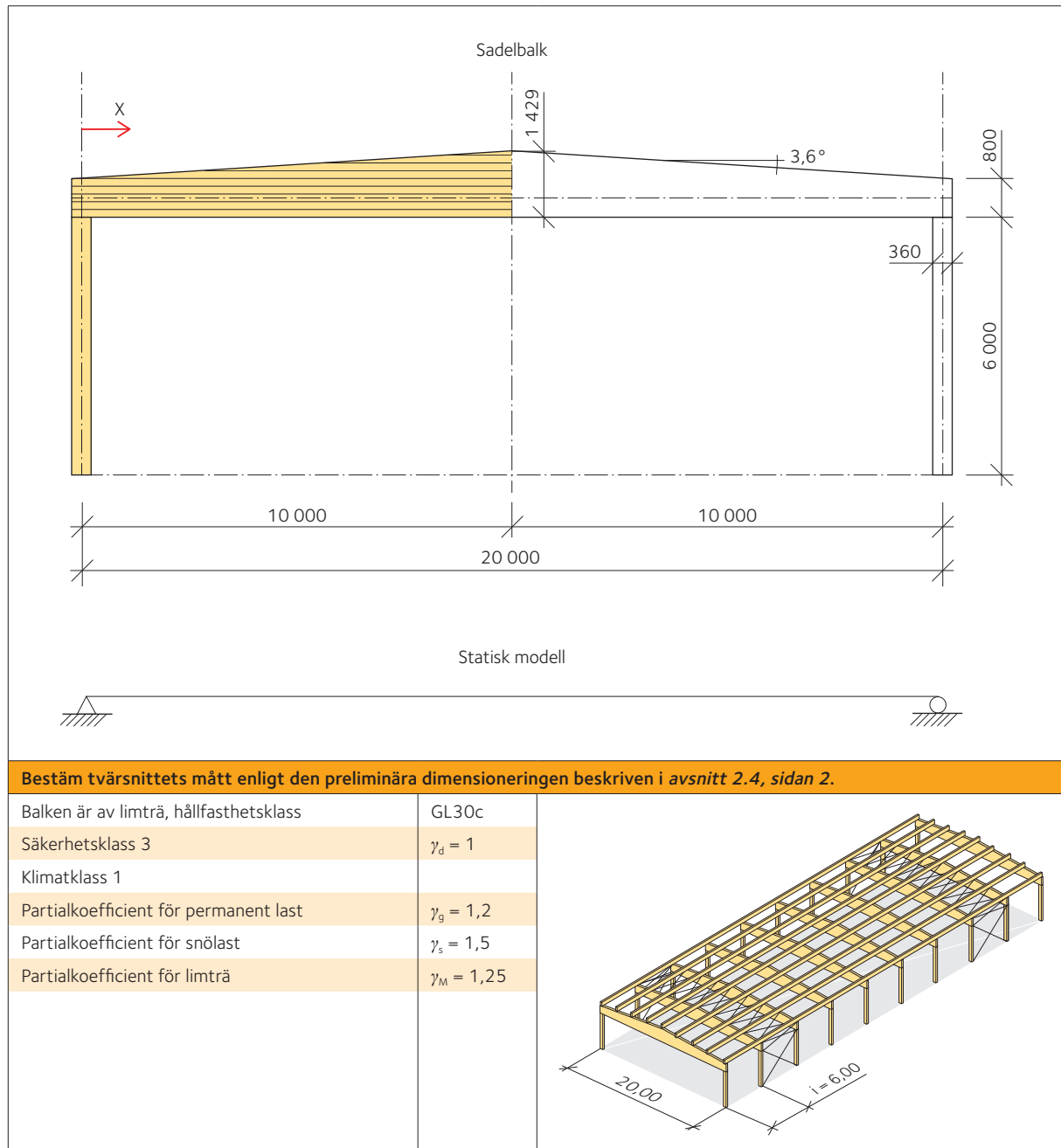


Exempel 2: Sadelbalk

2.1 Konstruktion, mått och dimensioneringsunderlag

Dimensionera sadelbalken enligt nedan.



2.2 Laster

Beakta följande laster vid dimensionering:

Limträbalkar

$$g_{k,1} = 1,1 \text{ kN/m}$$

Övrig permanent last

$$G_{k,2} = 0,6 \text{ kN/m}^2 \quad g_{k,2} = G_{k,2} \cdot i \cdot 1,1 = 0,6 \cdot 6 \cdot 1,1 = 4 \text{ kN/m}$$

Snölast

$$S_k = 1,5 \text{ kN/m}^2 \quad s_k = S_k \cdot i \cdot \mu \cdot 1,1 = 1,5 \cdot 6 \cdot 0,854 \cdot 1,1 = 8,46 \text{ kN/m}$$

Faktorn 1,1 i ekvationerna ovan beaktar att sekundärbalkarna är kontinuerliga över primärbalkarna.

2.3 Lastkombinationer

Beakta två lastkombinationer (SS-EN 1990, avsnitt 6.4.3 och SS-EN 1991-1-3, avsnitt 5.3.3):

Kombination 1 (egentyngd, permanent last, $k_{\text{mod}} = 0,6$):

$$q_{dI} = \gamma_d \cdot \left[\gamma_g \cdot (g_{k,1} + g_{k,2}) \right] = 1 \cdot 1,2 \cdot (1,1 + 4) = 6,1 \text{ kN/m}$$

Kombination 2 (egentyngd + snölast, medellång last, $k_{\text{mod}} = 0,8$):

$$q_{dII} = \gamma_d \cdot \left[\gamma_g \cdot (g_{k,1} + g_{k,2}) + \gamma_s \cdot s_k \right] = 1 \cdot \left[1,2 \cdot (1,1 + 4) + 1,5 \cdot 8,46 \right] = 18,8 \text{ kN/m}$$

Välj den kritiska kombinationen i brottgränstillståndet:

$$\frac{q_{dI}}{k_{\text{mod},1}} = \frac{6,1}{0,6} = 10,1 < \frac{q_{dII}}{k_{\text{mod},2}} = \frac{18,8}{0,8} = 22,5$$

Sålunda är kombination 2 dimensionerande.

2.4 Preliminär dimensionering

Utför preliminär dimensionering enligt rekommendationerna i *Projektering av limträkonstruktioner*, avsnitt 7.3.2:

Balk:

$$b = \frac{l_{\text{tot}}}{110} = \frac{20 \cdot 10^3}{110} = 182 \text{ mm} \rightarrow b = 190 \text{ mm}$$

$$h_0 = \frac{l_{\text{tot}}}{4} \cdot \left(3 \cdot \sqrt{\frac{q_{dII}}{b \cdot 0,9 \cdot f_{m,d}}} - \tan(\alpha) \right) = \frac{20 \cdot 10^3}{4} \cdot \left(3 \cdot \sqrt{\frac{18,8}{190 \cdot 0,9 \cdot 19,2}} - \tan(3,6^\circ) \right) = 820,6 \text{ mm} \rightarrow h_0 = 800 \text{ mm}$$

$$h_{\text{apex}} = \frac{l_{\text{tot}}}{4} \cdot \left(3 \cdot \sqrt{\frac{q_{dII}}{b \cdot 0,9 \cdot f_{m,d}}} + \tan(\alpha) \right) = \frac{20 \cdot 10^3}{4} \cdot \left(3 \cdot \sqrt{\frac{18,8}{190 \cdot 0,9 \cdot 19,2}} + \tan(3,6^\circ) \right) = 1449,7 \text{ mm} \rightarrow h_{\text{apex}} = 1429 \text{ mm}$$

Pelare:

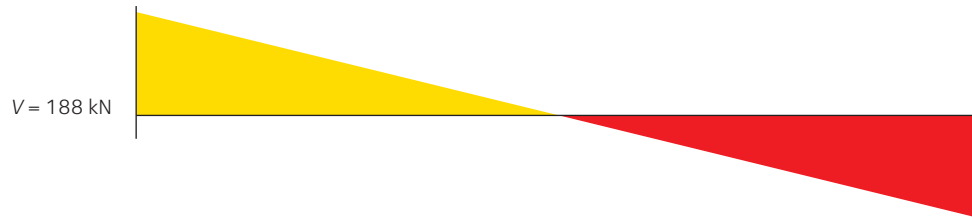
$$h_{\text{col,min}} = \frac{q_{dII} \cdot \frac{l_{\text{tot}}}{2}}{b \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{18,8 \cdot \frac{20 \cdot 10^3}{2}}{190 \cdot 1,75 \cdot 1,6} = 353,4 \text{ mm} \rightarrow h_{\text{col}} = 360 \text{ mm}$$

Pelartvärsnittets längre mått bestäms utgående från balkens tryckhållfasthet vinkelrätt mot fibrerna.

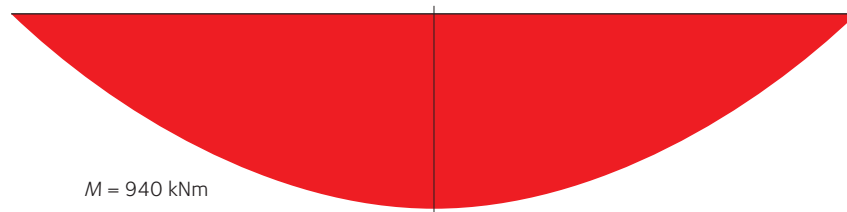
Knäckning behandlas i *exempel 6*.

2.5 Inre krafter och moment

Tvärkraft:



Böjmoment:



2.6 Beräkningar i brottgränstillstånd

a) Skjuvning

Beräkna dimensioneringsvärdet för skjuvspänningen τ_d utgående från tvärkraftens reducerade värde vid upplag, V_{red} , se tabell 8.5, sidan 2 i avsnitt 8:

$$V_{\text{red}} = \frac{2 \cdot V_{\text{Ed}}}{l_{\text{tot}}} \cdot \left(\frac{l_{\text{tot}}}{2} - \frac{h_{\text{col}}}{2} - h_0 \right) = 169,6 \text{ kN}$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_{\text{red}}}{2 \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 169,6 \cdot 10^3}{2 \cdot 190 \cdot 800} = 1,67 \text{ MPa}$$

Kontrollera villkoret för skjuvspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.13):

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d} \cdot k_{cr}} = \frac{1,67}{2,24 \cdot 0,86} = 0,87 < 1 \quad \text{OK}$$

b) Tryck vinkelrätt mot fibrerna vid upplag

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_{\text{Ed}}}{b \cdot (h_{\text{col}} + 30)} = \frac{188,02 \cdot 10^3}{190 \cdot (360 + 30)} = 2,54 \text{ MPa}$$

Kontrollera villkoret för tryckspänning vinkelrätt mot fibrerna (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.3):

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,54}{1,75 \cdot 1,6} = 0,91 < 1 \quad \text{OK}$$

$f_{c,90,d}$ kan inte ersättas med $f_{c,90,k}$ eftersom $g_k/s_k = 0,60 > 0,4$, se tabell 8.11 och 8.12, sidan 5 i avsnitt 8 och 8.13, sidan 6 i avsnitt 8.

c) Böjspänning i tvärsnittet med den största påkänningen

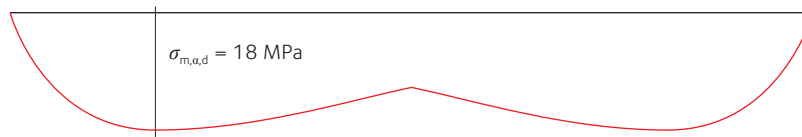
$$x_{\max} = \frac{l_{\text{tot}} \cdot h_0}{2 \cdot h_{\text{apex}}} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 800}{2 \cdot 1429} = 5598,3 \text{ mm}$$

$$M_{x,\max} = \frac{q_{\text{dII}} \cdot x_{\max}}{2} \cdot (l_{\text{tot}} - x_{\max}) = \frac{18,8 \cdot 5,6}{2} \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^3}{10^3} - 5,6 \right) = 758 \text{ kNm}$$

$$h_{x,\max} = h_0 + x_{\max} \cdot \tan(\alpha) = 800 + 5598,3 \cdot \tan(3,6^\circ) = 1152,2 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{6M_{x,\max}}{b \cdot h_{x,\max}^2} = \frac{6 \cdot 758 \cdot 10^6}{190 \cdot 1152,2^2} = 18 \text{ MPa}$$

Böjspänningsdiagram:



Reducera dimensioneringsvärdet för böjhållfasthet med faktorn $k_{m,\alpha}$, som beaktar samverkan av böjspänning, skjuvspänning och tryckspänning:

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan(\alpha) \right)^2 + \left[\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot (\tan(\alpha))^2 \right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{19,2}{1,5 \cdot 2,24} \cdot \tan(3,6^\circ) \right)^2 + \left(\frac{19,2}{1,6} \cdot \tan(3,6^\circ) \right)^2}} = 0,94$$

Kontrollera villkoret för böjspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.38):

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} = \frac{18}{0,94 \cdot 19,2} = 0,997 < 1 \quad \text{OK}$$

d) Böjspänning vid nocken

$$\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{\max}}{b \cdot h_{\text{apex}}^2} = 1,11 \cdot \frac{6 \cdot 940 \cdot 10^6}{190 \cdot 1429^2} = 16,1 \text{ MPa}$$

Multiplicera böjspänningen vid nocken med faktorn k_l , som beaktar att neutralaxeln inte är i mitten av tvärsnittet (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.43):

$$k_l = 1 + 1,4 \cdot \tan(\alpha) + 5,4 \cdot (\tan(\alpha))^2 = 1 + 1,4 \cdot \tan(3,6^\circ) + 5,4 \cdot \tan(3,6^\circ)^2 = 1,11$$

Kontrollera villkoret för böjspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.41):

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{16,1}{19,2} = 0,84 < 1 \quad \text{OK}$$

e) Dragspänning vinkelrätt mot fibrerna vid nocken

$$k_p = 0,2 \cdot \tan(\alpha) = 0,2 \cdot \tan(3,6^\circ) = 0,013$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{\max}}{b \cdot h_{\text{apex}}^2} - 0,6 \cdot \frac{q_{\text{diff}}}{b} = 0,01 \cdot \frac{6 \cdot 940 \cdot 10^6}{190 \cdot 1429^2} - 0,6 \cdot \frac{18,8}{190} = 0,086 \text{ MPa}$$

$$Vol \cong b \cdot h_{\text{apex}}^2 = 0,19 \cdot 1,429^2 = 0,388 \text{ m}^3 \quad k_{\text{vol}} = \left(\frac{V_0}{Vol} \right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{0,388} \right)^{0,2} = 0,481$$

Kontrollera villkoret för dragspänning vinkelrätt mot fibrerna (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.50):

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{\text{dis}} \cdot k_{\text{vol}} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{0,086}{1,4 \cdot 0,48 \cdot 0,32} = 0,40 < 1 \quad \text{OK}$$

f) Vippningskontroll

Balken är stagad i sidled. Avståndet mellan stagpunkterna är 1,80 m. Anta att sadelbalkens höjd är konstant mellan två takåsar. Kontrollera vippning där böjmomentet har sitt maximivärde, $x = x_{\max}$:

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{6M_{x,\max}}{b \cdot h_{x,\max}^2} = \frac{6 \cdot 758 \cdot 10^6}{190 \cdot 1152,2^2} = 18 \text{ MPa}$$

Effektiv vippningslängd:

$$l_{0,z} = 1,80 \text{ m}$$

Kritisk böjspänning:

$$\sigma_{\text{cr},m} = \frac{\pi}{l_{0,z} \cdot W_y} \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{05} \cdot I_{\text{tor}}} = \frac{\pi}{1,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{1152,2^2 \cdot 190}{6}} \cdot \sqrt{10800 \cdot \frac{1152,2 \cdot 190^3}{12} \cdot 542 \cdot \frac{190^3 \cdot 1152,2}{3}} = 132,3 \text{ MPa}$$

Relativt slankhetstal:

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{\text{cr},m}}} = \sqrt{\frac{30}{132,3}} = 0,5$$

Reduktionsfaktor vid vippning:

$$k_{\text{crit}} = 1$$

Reduktionsfaktorn vid vippning är lika med 1. Sålunda behöver vippning inte ytterligare kontrolleras.

2.7 Beräkningar i bruksgränstillstånd

Beakta två lastkombinationer:

Kombination SLS 1 (permanenta laster):

$$q_{\text{sls},1} = (g_{k,1} + g_{k,2}) = 5,1 \text{ kN/m}$$

Kombination SLS 2 (snölast):

$$q_{\text{sls},2} = s_k = 8,46 \text{ kN/m}$$

Välj den kritiska kombinationen i brottgränstillståndet:

$$h_e = h_0 + 0,33 \cdot l_{\text{tot}} \cdot \tan(\alpha) = 1215,2 \text{ mm}$$

$$w_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_1 l_{\text{tot}}^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot \frac{b \cdot h_e^3}{12}} + 0,35 \cdot \frac{q_1 l_{\text{tot}}^2}{G_{\text{mean}} \cdot b \cdot (h_{\text{apex}} + h_0)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1 \cdot 20000^4}{13000 \cdot \frac{190 \cdot 1215,24^3}{12}} + 0,35 \cdot \frac{1 \cdot 20000^2}{650 \cdot 190 \cdot (1429 + 800)} = 6,15 \text{ mm}$$

där nedböjningen förorsakad av tvärkraft är:

$$w_{\text{shear}} = 0,35 \cdot \frac{l_{\text{tot}}^2}{G_{\text{mean}} \cdot b \cdot (h_{\text{apex}} + h_0)} = 0,51 \quad \frac{w_{\text{shear}}}{w_1} = 8,3 \%$$

nedböjningen förorsakad av böjmoment är:

$$w_{\text{bending}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{l_{\text{tot}}^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot \frac{b \cdot h_e^3}{12}} = 5,64 \quad \frac{w_{\text{bending}}}{w_1} = 91,7 \%$$

Initialnedböjning förorsakad av permanent last:

$$w_{\text{inst,permanent}} = w_1 \cdot q_{\text{sls},1} = 6,1 \cdot 5,1 = 31,1 \text{ mm}$$

Initialnedböjning förorsakad av snölast:

$$w_{\text{inst,snow}} = w_1 \cdot q_{\text{sls},2} = 6,1 \cdot 8,46 = 52,0 \text{ mm}$$

Kontrollera villkoret för initialnedböjning, se tabell 11.4, sidan 2 i avsnitt 11:

$$w_{\text{inst,permanent}} + w_{\text{inst,snow}} = 83,1 \text{ mm} > \frac{l_{\text{tot}}}{300} = 67 \text{ mm} \quad \mathbf{EJ OK}$$

Slutlig nedböjning förorsakad av permanent last:

$$w_{\text{final,perm}} = w_{\text{inst,permanent}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 31,1 \cdot (1 + 0,6) = 49,8 \text{ mm}$$

Slutlig nedböjning förorsakad av snölast:

$$w_{\text{final,snow}} = w_{\text{inst,snow}} \cdot (1 + \psi_{2,\text{snow}} \cdot k_{\text{def}}) = 52,0 \cdot (1 + 0,1 \cdot 0,6) = 55,1 \text{ mm}$$

Total slutlig nedböjning:

$$w_{\text{final,tot}} = w_{\text{final,snow}} + w_{\text{final,perm}} = 55,1 + 49,8 = 104,9 \text{ mm}$$

Kontrollera villkoret för total slutlig nedböjning, se tabell 11.4, sidan 2 i avsnitt 11:

$$w_{\text{final,tot}} = 104,9 \text{ mm} > \frac{l_{\text{tot}}}{250} = 80 \text{ mm} \quad \mathbf{EJ OK}$$

Villkoret för initialnedböjning och total slutlig nedböjning uppfylls inte. Därför bör tvärsnittets höjd ökas med en eller två lameller. Det är också möjligt att tillämpa överhöjning.