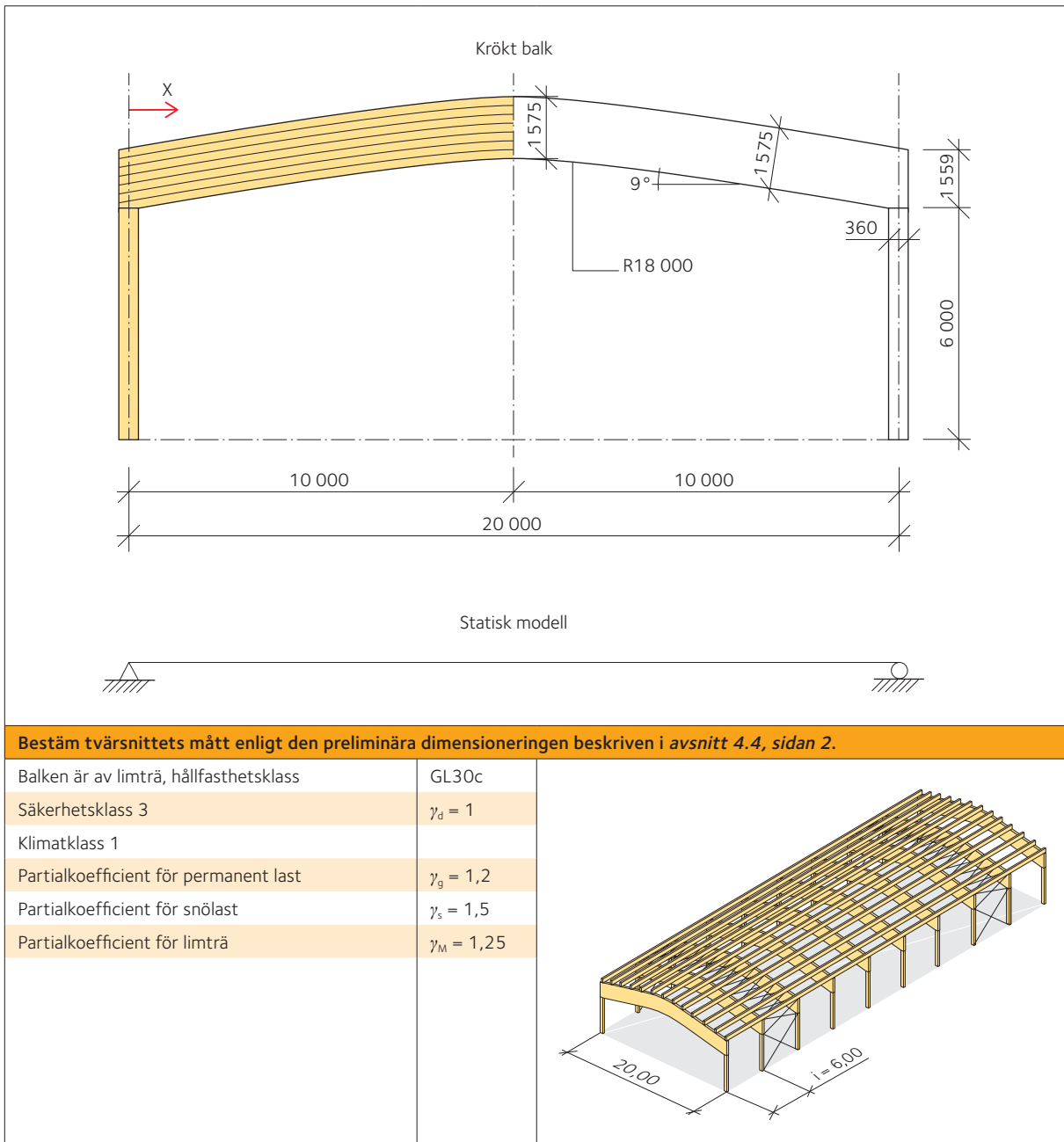


Exempel 4: Krökt balk

4.1 Konstruktion, mått och dimensioneringsunderlag

Dimensionera den kröpta balken enligt nedan.



4.2 Laster

Beakta följande laster vid dimensionering:

Limträbalkar

$$g_{k,1} = 1 \text{ kN/m}$$

Övrig permanent last

$$G_{k,2} = 0,60 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{k,2} = G_{k,2} \cdot i \cdot 1,1 = 0,6 \cdot 6 \cdot 1,1 = 4 \text{ kN/m}$$

Snölast

$$S_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

$$s_k = S_k \cdot i \cdot \mu \cdot 1,1 = 1,5 \cdot 6 \cdot 0,935 \cdot 1,1 = 9,3 \text{ kN/m}$$

Faktorn 1,1 i ekvationerna ovan beaktar att sekundärbalkarna är kontinuerliga över primärbalkarna.

4.3 Lastkombinationer

Beakta två lastkombinationer (SS-EN 1990, avsnitt 6.4.3 och SS-EN 1991-1-3, avsnitt 5.3.3):

Kombination 1 (egentygd, permanent last, $k_{\text{mod}} = 0,6$):

$$q_{\text{dI}} = \gamma_d \cdot [\gamma_g \cdot (g_{k,1} + g_{k,2})] = 1 \cdot 1,2 \cdot (1 + 4) = 6 \text{ kN/m}$$

Kombination 2 (egentygd + snölast, medellång last, $k_{\text{mod}} = 0,8$):

$$q_{\text{dII}} = \gamma_d \cdot [\gamma_g \cdot (g_{k,1} + g_{k,2}) + \gamma_s \cdot s_k] = 1 \cdot [1,2 \cdot (1 + 4) + 1,5 \cdot 9,3] = 19,8 \text{ kN/m}$$

Välj den kritiska kombinationen i brottgränstillståndet:

$$\frac{q_{\text{dI}}}{k_{\text{mod},1}} = \frac{6}{0,6} = 9,9 < \frac{q_{\text{dII}}}{k_{\text{mod},2}} = \frac{19,8}{0,8} = 24,8$$

Sålunda är kombination 2 dimensionerande.

4.4 Preliminär dimensionering

Utför preliminär dimensionering enligt rekommendationerna i *Projektering av limträkonstruktioner*, avsnitt 7.3.4:

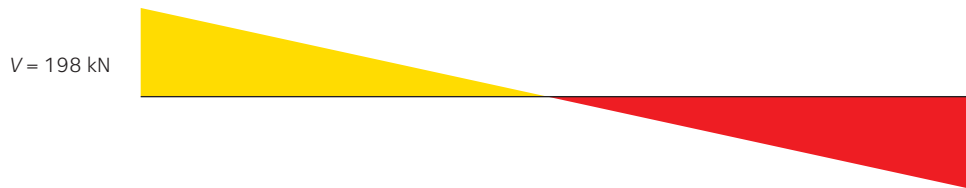
En balk med konstant tvärsnitt väljs:

$$b = \frac{l_{\text{tot}}}{120} = \frac{20 \cdot 10^3}{120} = 167 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad b = 165 \text{ mm}$$

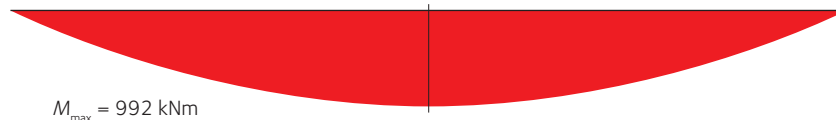
$$h_{\text{apex}} = \frac{l_{\text{tot}}}{13} = \frac{20 \cdot 10^3}{13} = 1538 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad h_{\text{apex}} = 1575 \text{ mm}$$

4.5 Inre krafter och moment

Tvärkraft:



Böjmoment:



4.6 Beräkningar i brottgränstillstånd

a) Skjuvning

Beräkna dimensioneringsvärdet för skjuvspänningen τ_d utgående från tvärkraftens reducerade värde vid upplag, V_{red} , se tabell 8.5, sidan 2 i avsnitt 8:

$$V_{red} = \frac{2 \cdot V_{Ed}}{l_{tot}} \cdot \left(\frac{l_{tot}}{2} - \frac{h_{col}}{2} - h_0 \right) = \frac{2 \cdot V}{20 \cdot 10^3} \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^3}{2} - \frac{360}{2} - 1559 \right) = 163,87$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_{red}}{2 \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 163,87 \cdot 10^3}{2 \cdot 165 \cdot 1559} = 0,96 \text{ MPa}$$

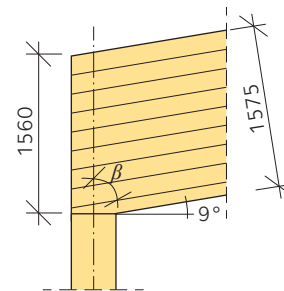
Kontrollera villkoret för skjuvspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.13):

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d} \cdot k_{cr}} = \frac{0,96}{2,24 \cdot 0,86} = 0,50 < 1 \quad \text{OK}$$

b) Tryck i en vinkel β mot fibrerna vid upplag

I exemplet studerar vi upplag på en 360 mm pelare:

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$$



Tryckspänningen vid upplaget är:

$$\sigma_{c,\beta,d} = \frac{q_{dII} \cdot l_{tot}}{2 \cdot b_{col} \cdot (h_{col} + 30 \cdot \cos(9^\circ))} = \frac{19,8 \cdot 20 \cdot 10^3}{2 \cdot 165 \cdot (360 + 30 \cdot \cos(9^\circ))} = 3,09 \text{ MPa}$$

Tryckhållfasthet i en vinkel β mot fibrerna (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.16):

$$f_{c,\beta,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\left(\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \right) \cdot (\sin(\beta)^2 + \cos(\beta)^2)} = \frac{15,68}{(1,75 \cdot 1,6) \cdot (\sin(81^\circ)^2 + \cos(81^\circ)^2)} = 2,86 \text{ MPa}$$

Kontrollera villkoret för tryckspänning i en vinkel β mot fibrerna (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.16):

$$\frac{\sigma_{c,\beta,d}}{f_{c,\beta,d}} = \frac{3,09}{2,86} = 1,08 > 1 \quad \text{EJ OK}$$

Upplagslängden bör ökas, alternativt att upplaget förstärks med exempelvis träskruvar.

c) Böjspänning

Multipluera böjspänningen vid nocken med faktorn k_l , som beaktar att neutralaxeln inte är i mitten av tvärsnittet (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.43):

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) + 5,4 \cdot (\tan(\alpha_{\text{apex}}))^2 = 1 + 1,4 \cdot \tan(0) + 5,4 \cdot \tan(0)^2 = 1$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) = 0,35 - 8 \cdot \tan(0) = 0,35$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) - 7,8 \cdot (\tan(\alpha_{\text{apex}}))^2 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan(0) - 7,8 \cdot \tan(0)^2 = 0,6$$

$$k_4 = 6 \cdot (\tan(\alpha_{\text{apex}}))^2 = 6 \cdot \tan(0)^2 = 0$$

$$R = R_{\text{int}} + 0,5 \cdot h_{\text{apex}} = 18 \cdot 10^3 + 0,5 \cdot 1575 = 18788 \text{ mm}$$

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot \left(\frac{h_{\text{apex}}}{R}\right) + k_3 \cdot \left(\frac{h_{\text{apex}}}{R}\right)^2 + k_4 \cdot \left(\frac{h_{\text{apex}}}{R}\right)^3 = 1 + 0,35 \cdot \frac{1,58 \cdot 10^3}{1,88 \cdot 10^4} + 0,6 \cdot \left(\frac{1,58 \cdot 10^3}{1,88 \cdot 10^4}\right)^2 + 0 \cdot \left(\frac{1,58 \cdot 10^3}{1,88 \cdot 10^4}\right)^3 = 1,03$$

$$\sigma_{\text{m,d}} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{\text{max}}}{b \cdot h_{\text{apex}}^2} = 1,03 \cdot \frac{6 \cdot 992 \cdot 10^6}{165 \cdot 1575^2} = 14,98 \text{ MPa}$$

Minska böjhållfastheten parallellt med fibrerna med faktor k_r (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.49):

$$\frac{R_{\text{int}}}{45} = \frac{18 \cdot 10^3}{45} = 400$$

$$k_r = 1,0$$

Kontrollera villkoret för böjspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.41):

$$\frac{\sigma_{\text{m,d}}}{k_r \cdot f_{\text{m,d}}} = \frac{14,98}{1 \cdot 19,2} = 0,78 < 1 \quad \mathbf{OK}$$

d) Dragning vinkelrätt fibrerna vid nocken

Faktor k_p (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.56):

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) = 0,2 \cdot \tan(0^\circ) = 0$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) + 2,6 \cdot (\tan(\alpha_{\text{apex}}))^2 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan(0^\circ) + 2,6 \cdot \tan(0^\circ)^2 = 0,25$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \tan(\alpha_{\text{apex}}) - 4 \cdot (\tan(\alpha_{\text{apex}}))^2 = 2,1 \cdot \tan(0^\circ) - 4 \cdot \tan(0^\circ)^2 = 0$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{\text{apex}}}{R}\right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{\text{apex}}}{R}\right)^2 = 0 + 0,25 \cdot \frac{1575}{18787,5} + 0 \cdot \left(\frac{1575}{18787,5}\right)^2 = 0,021$$

Dragspänning (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.55):

$$\sigma_{\text{t,90,d}} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{\text{max}}}{b \cdot h_{\text{apex}}^2} - 0,6 \cdot \frac{q_{\text{dII}}}{b} = 0,021 \cdot \frac{6 \cdot 992 \cdot 10^6}{165 \cdot 1575^2} - 0,6 \cdot \frac{19,8}{165} = 0,23 \text{ MPa}$$

Modifiera draghållfastheten vinkelrätt mot fibrerna med faktorerna k_{vol} och k_{dis} (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.51 och 6.52):

$$Vol = b \cdot h_{apex} \cdot (2 \cdot R_{int} + h_{apex}) \cdot \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,17 \cdot 1,58 \cdot (2 \cdot 18 + 1,58) \cdot 9^\circ \cdot \frac{3,14}{180^\circ} = 1,53 \text{ m}^3$$

$$k_{dis} = 1,4$$

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{Vol} \right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{1,533} \right)^{0,2} = 0,365$$

Kontrollera villkoret för dragspänning vinkelrätt mot fibrerna (SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.50):

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{0,23}{1,4 \cdot 0,37 \cdot 0,32} = 1,43 > 1 \quad \text{EJ OK}$$

Balken behöver förstärkas för dragspänning vinkelrätt mot fibrerna vid nockområdet.

e) Vippningskontroll

Balken är stagad i sidled. Avståndet mellan stagpunkterna är 1,80 m.

Avstånd mellan två stagpunkter:

$$l_{0,z} = 1,80 \text{ m}$$

Kritisk böjspänning:

$$\sigma_{cr,m} = \frac{\pi}{l_{0,z} \cdot W_y} \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{05} \cdot I_{tor}} = \frac{\pi}{1,80 \cdot 10^3 \cdot \frac{1575^2 \cdot 165}{6}} \cdot \sqrt{10800 \cdot \frac{1575 \cdot 165^3}{12} \cdot 542 \cdot \frac{165^3 \cdot 1575}{3}} = 73 \text{ MPa}$$

Relativt slankhetstal:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{cr,m}}} = \sqrt{\frac{30}{73}} = 0,6$$

Reduktionsfaktor vid vippning:

$$k_{crit} = 1$$

Reduktionsfaktor vid vippning är lika med 1. Sålunda behöver vippning inte ytterligare kontrolleras.

4.7 Beräkningar i bruksgränstillstånd

Beakta två lastkombinationer:

Kombination SLS 1 (permanenta laster):

$$q_{sls,1} = g_{k,1} + g_{k,2} = 5 \text{ kN/m}$$

Kombination SLS 2 (snölast):

$$q_{sls,2} = s_k = 9,3 \text{ kN/m}$$

Beräkna initialnedböjningen vid nocken av jämnt fördelad last q_1 , se *Projektering av limträkonstruktioner, avsnitt 6.2.6*:

$$w_1 = \left(\frac{5}{384} \cdot \frac{1 \cdot l_{\text{tot}}^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot \frac{b \cdot h_0^3}{12}} + 1,2 \cdot \frac{l_{\text{tot}}^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h_0} \right) \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{2\alpha}{2}\right)} = \left[\frac{5}{384} \cdot \frac{(20 \cdot 10^3)^4}{13000 \cdot \frac{165 \cdot 1559^3}{12}} + 1,2 \cdot \frac{(20 \cdot 10^3)^2}{8 \cdot 650 \cdot 165 \cdot 1559} \right] \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{2,9^\circ}{2}\right)} = 3,5 \text{ mm}$$

där:

nedböjningen förorsakad av tvärkraft är:

$$w_{\text{shear}} = 1,2 \cdot \frac{l_{\text{tot}}^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h_{\text{apex}}} = 0,36 \quad \frac{w_{\text{shear}}}{w_1} = 10 \%$$

nedböjningen förorsakad av böjmoment är:

$$w_{\text{bending}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1 \cdot l_{\text{tot}}^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot \frac{b \cdot h_0^3}{12}} = 3,08 \quad \frac{w_{\text{bending}}}{w_1} = 90 \%$$

Initialnedböjning förorsakad av permanent last:

$$w_{\text{inst,permanent}} = w_1 \cdot q_{\text{sls},1} = 3,5 \cdot 5 = 17,2 \text{ mm}$$

Initialnedböjning förorsakad av snölast:

$$w_{\text{inst,snow}} = w_1 \cdot q_{\text{sls},2} = 3,5 \cdot 9,3 = 31,8 \text{ mm}$$

Kontrollera villkoret för initialnedböjning, se tabell 11.4, sidan 2 i avsnitt 11:

$$w_{\text{inst,permanent}} + w_{\text{inst,snow}} = 49,0 \text{ mm} < \frac{l_{\text{tot}}}{300/1,5} = 100 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

Slutlig nedböjning förorsakad av permanent last:

$$w_{\text{final,perm}} = w_{\text{inst,permanent}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 17,2 \cdot (1 + 0,6) = 27,6 \text{ mm}$$

Slutlig nedböjning förorsakad av snölast:

$$w_{\text{final,snow}} = w_{\text{inst,snow}} \cdot (1 + \psi_{2,\text{snow}} \cdot k_{\text{def}}) = 31,8 \cdot (1 + 0,1 \cdot 0,6) = 33,8 \text{ mm}$$

Total slutlig nedböjning:

$$w_{\text{final,tot}} = w_{\text{final,snow}} + w_{\text{final,perm}} = 33,8 + 27,6 = 61,4 \text{ mm}$$

Kontrollera villkoret för total slutlig nedböjning, se tabell 11.4, sidan 2 i avsnitt 11:

$$w_{\text{final,tot}} = 61,4 \text{ mm} < \frac{l_{\text{tot}}}{250/1,5} = 120 \text{ mm} \quad \text{OK}$$