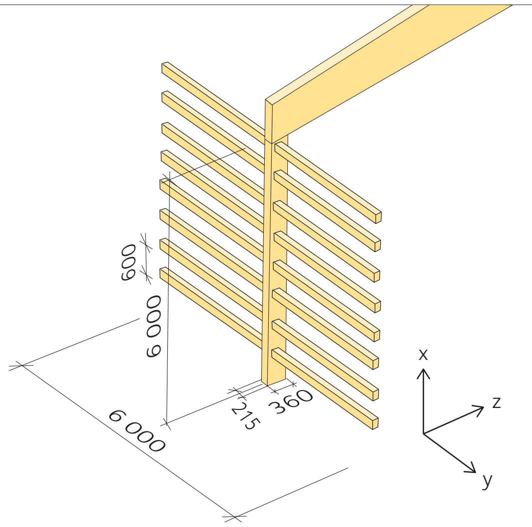
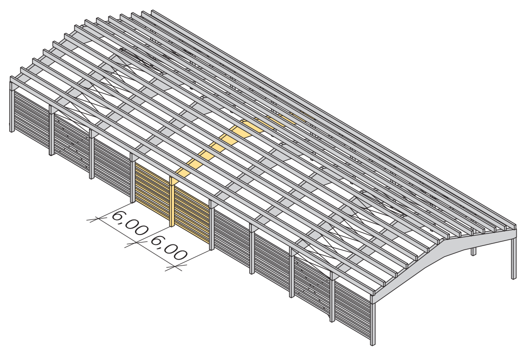
Exempel 6: Pelare

6.1 Konstruktion, mått och dimensioneringsunderlag

Dimensionera pelaren enligt nedan. Pelaren är fast inspänd vid foten mot rotation i förhållande till y-axeln och fri vid toppen. Pelaren bär bumerangbalken som visas i *exempel 3*.



Balken är av limträ, hållfasthetsklass	GL30c
Säkerhetsklass 3	$\gamma_d = 1$
Klimatklass 1	
Partialkoefficient för permanent last	$\gamma_g = 1{,}2$
Partialkoefficient för snölast	$\gamma_s = 1{,}5$
Partialkoefficient för limträ	$\gamma_M = 1{,}25$



6.2 Laster

Beakta följande laster vid dimensionering:

Limträbalk

$$g_{k,beam} = 1{,}2 \text{ kN/m}$$

Limträpelare

$$g_{k,column} = 0{,}5 \text{ kN/m}$$

Övrig permanent last

$G_{k,2} = 0{,}5 \text{ kN/m}^2$ $$g_{k,2} = G_{k,2} \cdot i \cdot 1{,}1 = 0{,}6 \cdot 6 \cdot 1{,}1 = 3{,}96 \text{ kN/m}$$

Snölast

$S_k = 1{,}5 \text{ kN/m}^2$ $$s_k = S_k \cdot i \cdot \mu \cdot 1{,}1 = 1{,}5 \cdot 6 \cdot 0{,}98 \cdot 1{,}1 = 9{,}7 \text{ kN/m}$$

Vindlast

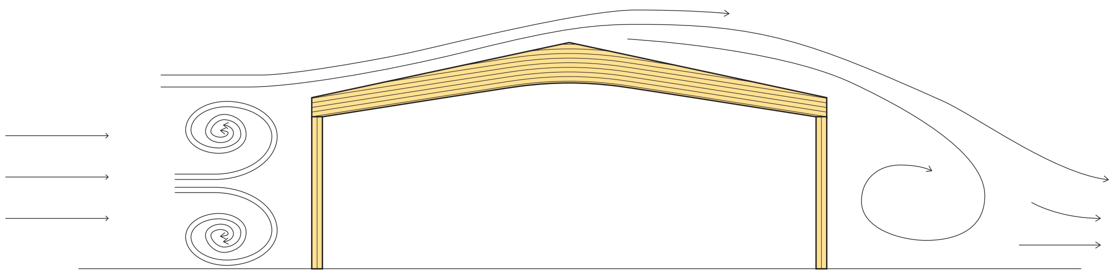
$Q_{w,k} = 0{,}6 \text{ kN/m}^2$ $$q_{w,k,pos} = Q_{w,k} \cdot i \cdot C_{e,pos} = 0{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}75 = 2{,}7 \text{ kN/m}$$

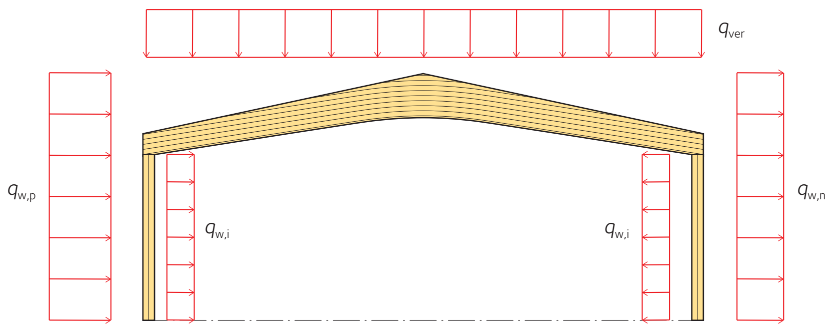
$$q_{w,k,neg} = Q_{w,k} \cdot i \cdot C_{e,neg} = 0{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}4 = 1{,}44 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,k,int} = Q_{w,k} \cdot i \cdot C_{int} = 0{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}35 = 1{,}26 \text{ kN/m}$$

Faktorn 1,1 i ekvationerna ovan beaktar att sekundärbalkarna är kontinuerliga över primärbalkarna.

Förenkla verkan av vind till följande jämna laster:





6.3 Lastkombinationer

Beakta två lastkombinationer (*SS-EN 1990, avsnitt 6.4.3* och *SS-EN 1991-1-3, avsnitt 5.3.3*):

Kombination 1 (snölast huvudlast, k_{mod} = 0,8):

$$q_{ver,1} = \gamma_d \cdot \left[\gamma_g \cdot \left(g_{k,beam} + g_{k,2}\right) + \gamma_q \cdot s_k\right] = 1 \cdot \left[1{,}2 \cdot \left(1{,}2 + 4\right) + 1{,}5 \cdot 9{,}7\right] = 20{,}8 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,p,1} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,pos} \cdot \psi_{0,w} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}7 \cdot 0{,}3 = 1{,}21 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,n,1} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,neg} \cdot \psi_{0,w} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}44 \cdot 0{,}3 = 0{,}65 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,i,1} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,int} \cdot \psi_{0,w} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}26 \cdot 0{,}3 = 0{,}57 \text{ kN/m}$$

Kombination 2 (vindlast huvudlast, k_{mod} = 0,9):

$$q_{ver,2} = \gamma_d \cdot \left[\gamma_g \cdot \left(g_{k,beam} + g_{k,2}\right) + \gamma_q \cdot \psi_{0,s} \cdot s_k\right] = 1 \cdot \left[1{,}2 \cdot \left(1{,}2 + 4\right) + 1{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 9{,}7\right] = 15{,}0 \text{ kN/m}$$

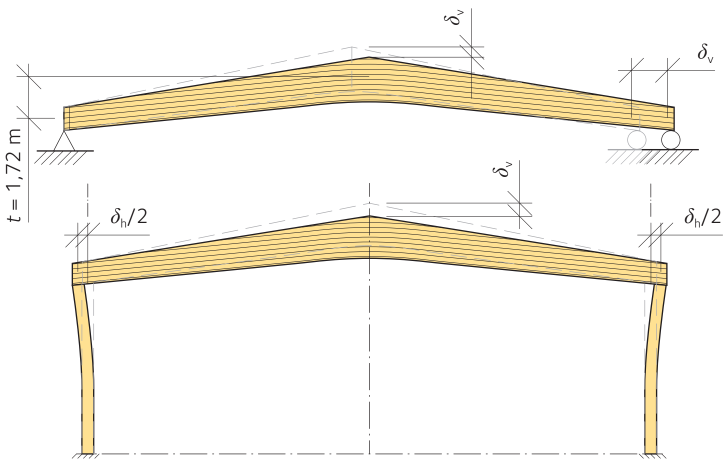
$$q_{w,p,2} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,pos} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}7 = 4{,}1 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,n,2} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,neg} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}44 = 2{,}2 \text{ kN/m}$$

$$q_{w,i,2} = \gamma_d \cdot \gamma_q \cdot q_{w,k,int} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}26 = 1{,}9 \text{ kN/m}$$

6.4 Horisontalförskjutning av pelartopp förorsakad av balkens nedböjning

Balkens nedböjning förorsakar horisontalförskjutning av pelartopp. Detta sker vid balkens båda upplag. Storleken av förskjutningen är $\delta_h/2$. t avser höjdskillnaden mellan balkens systemlinjer vid upplag och nock.



a) Balkens nedböjning

Initialnedböjning förorsakad av permanent last och snölast beräknas i *exempel 3*:

$$\delta_{\text{inst,snow}} = w_{\text{unitary}} \cdot \left(s_{\text{k}}\right) = 3{,}9 \cdot 9{,}7 = 37{,}8 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{inst,perm}} = w_{\text{unitary}} \cdot \left(g_{\text{k,beam}} + g_{\text{k,2}}\right) = 3{,}9 \cdot \left(1{,}2 + 4\right) = 19{,}9 \text{ mm}$$

Slutlig nedböjning är:
Kombination 1:

$$\delta_{\text{v,1}} = \gamma_{\text{g}} \delta_{\text{inst,perm}} \cdot \left(1 + k_{\text{def}}\right) + \gamma_{\text{q}} \delta_{\text{inst,snow}} \cdot \left(1 + \psi_{2,\text{s}} \cdot k_{\text{def}}\right) = 1{,}2 \cdot 19{,}9 \cdot \left(1 + 0{,}6\right) + 1{,}5 \cdot 37{,}8 \cdot \left(1 + 0{,}1 \cdot 0{,}6\right) = 98{,}4 \text{ mm}$$

Kombination 2:

$$\delta_{\text{v,2}} = \gamma_{\text{g}} \delta_{\text{inst,perm}} + \gamma_{\text{q}} \cdot \psi_{0,\text{s}} \delta_{\text{inst,snow}} = 1{,}2 \cdot 19{,}9 + 1{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 37{,}8 = 57{,}9 \text{ mm}$$

b) Pelartoppens horisontalförskjutning

Pelartoppens horisontalförskjutning beror på balkens nedböjning i mitten, δ_{v}. Uppskatta förskjutningen med hjälp av följande ekvation, *se även Projektering av limträkonstruktioner, avsnitt 6.2*:

$$\delta_{\text{h}} = \left(4 \cdot \frac{t}{l_{\text{tot}}} + 3{,}2 \cdot \frac{h_0}{l_{\text{tot}}}\right) \cdot \delta_{\text{v}}$$

Kombination 1:

$$\delta_{\text{h,1}} = \left(4 \cdot \frac{t}{l_{\text{tot}}} + 3{,}2 \cdot \frac{h_0}{l_{\text{tot}}}\right) \cdot \delta_{\text{v,1}} = \left(4 \cdot \frac{1724}{20 \cdot 10^3} + 3{,}2 \cdot \frac{800}{20 \cdot 10^3}\right) \cdot 98{,}4 = 46{,}5 \text{ mm}$$

Kombination 2:

$$\delta_{\text{h,2}} = \left(4 \cdot \frac{t}{l_{\text{tot}}} + 3{,}2 \cdot \frac{h_0}{l_{\text{tot}}}\right) \cdot \delta_{\text{v,2}} = \left(4 \cdot \frac{1724}{20 \cdot 10^3} + 3{,}2 \cdot \frac{800}{20 \cdot 10^3}\right) \cdot 57{,}9 = 27{,}4 \text{ mm}$$

c) Lastverkan av pelartoppens horisontalförskjutning

Pelartoppens horisontalförskjutning förorsakar följande tilläggskrafter och moment i pelaren:

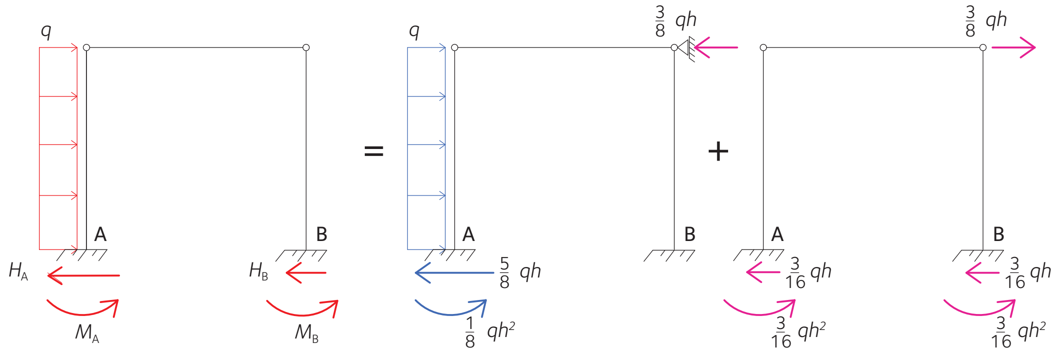
$$V_{\delta,\text{h,1}} = \frac{\delta_{\text{h,1}}}{2} \cdot \frac{3 \cdot E_{0,05} \cdot I_{\text{col}}}{l_{\text{col}}^{3}} \cdot 10^{-3} = \frac{46{,}5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10800 \cdot \frac{215 \cdot 360^3}{12}}{6000^3} \cdot 10^{-3} = 2{,}9 \text{ kN}$$

$$V_{\delta,\text{h,2}} = \frac{\delta_{\text{h,2}}}{2} \cdot \frac{3 \cdot E_{0,05} \cdot I_{\text{col}}}{l_{\text{col}}^{3}} \cdot 10^{-3} = \frac{27{,}4}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10800 \cdot \frac{215 \cdot 360^3}{12}}{6000^3} \cdot 10^{-3} = 1{,}7 \text{ kN}$$

$$M_{\delta,\text{h,2}} = V_{\delta,\text{h,2}} \cdot l_{\text{col}} = 1{,}7 \cdot 6 = 10{,}3 \text{ kNm} \qquad M_{\delta,\text{h,1}} = V_{\delta,\text{h,1}} \cdot l_{\text{col}} = 2{,}9 \cdot 6 = 17{,}4 \text{ kNm}$$

6.5 Beräkningar i brottgränstillstånd

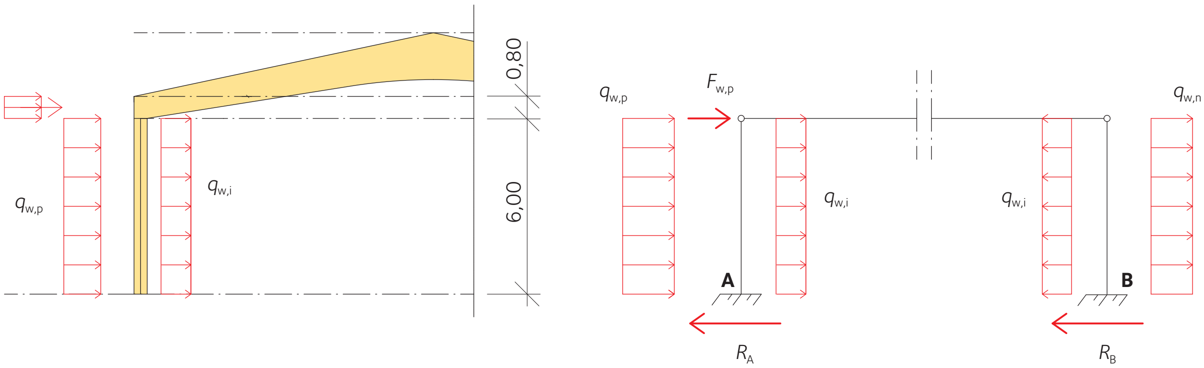
Lastfördelning mellan kopplade pelare:



$$H_A = \frac{5}{8} \cdot q \cdot h + \frac{3}{16} \cdot q \cdot h \rightarrow \frac{13 \cdot h \cdot q}{16} \qquad M_A = \frac{1}{8} \cdot q \cdot h^2 + \frac{3}{16} \cdot q \cdot h^2 \rightarrow \frac{5 \cdot h^2 \cdot q}{16}$$

$$H_B = \frac{3}{16} \cdot q \cdot h \qquad M_B = \frac{3}{16} \cdot q \cdot h^2 \rightarrow \frac{3 \cdot h^2 \cdot q}{16}$$

Skjuvning och böjmoment i pelaren uppstår av både utvändig och invändig vindlast:



$$F_{w,p} = q_{w,p,2} \cdot 0{,}8 = 4{,}05 \cdot 0{,}8 = 3{,}24 \text{ kN}$$

$$R_A = \left(\frac{13}{16} \cdot q_{w,p,2} + \frac{3}{16} \cdot q_{w,n,2}\right) \cdot l_{col} + \frac{1}{2} \cdot F_{w,p} + \frac{5}{8} \cdot q_{w,i,2} \cdot l_{col} = \left(\frac{13}{16} \cdot 4{,}1 + \frac{3}{16} \cdot 2{,}2\right) \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 3{,}2 + \frac{5}{8} \cdot 1{,}9 \cdot 6 = 30{,}9 \text{ kN}$$

$$R_B = \left(\frac{13}{16} \cdot q_{w,n,2} + \frac{3}{16} \cdot q_{w,p,2}\right) \cdot l_{col} + \frac{1}{2} \cdot F_{w,p} + \frac{5}{8} \cdot q_{w,i,2} \cdot l_{col} = \left(\frac{13}{16} \cdot 2{,}2 + \frac{3}{16} \cdot 4{,}1\right) \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 3{,}2 + \frac{5}{8} \cdot 1{,}9 \cdot 6 = 9{,}6 \text{ kN}$$

a) Skjuvning

Kombination 2 är dimensionerande för skjuvning vid pelarfoten:

$$V_{windwar,2} = R_A = 30{,}9 \text{ kN}$$

$$\tau_{d,2} = \frac{3 \cdot V_{windwar}}{2 \cdot (b_{col} \cdot h_{col}) \cdot k_r} = \frac{3 \cdot 30881{,}25}{2 \cdot 215 \cdot 360 \cdot 0{,}8} = 0{,}75 \text{ MPa}$$

Reduktionsfaktorn k_r beaktar verkan av fästdon.

Kontrollera villkoret för skjuvspänning (*SS-EN 1995-1-1 ekvation 6.13*):

$$f_{v,d,2} = \frac{f_{v,k} \cdot k_{mod,2}}{\gamma_M} = \frac{3{,}5 \cdot 0{,}9}{1{,}25} = 2{,}52 \text{ MPa} \qquad \frac{\tau_{d,2}}{k_{cr} \cdot f_{v,d,2}} = \frac{0{,}75}{0{,}86 \cdot 2{,}52} = 0{,}35 \quad < 1 \quad \textbf{OK}$$

b) Kombinerad böjning och tryck vid pelarfot

Kombination 2 är dimensionerande för böjning vid pelarfoten:

$$M_{d,2} = \left(\frac{5\cdot q_{w,p,2}}{16} + \frac{3\cdot q_{w,n,2}}{16}\right)\cdot l_{col}^{\ 2} + \frac{1}{2}\cdot F_{w,p}\cdot l_{col} + \frac{q_{w,i,2}}{8}\cdot l_{col}^{\ 2} = \left(\frac{5\cdot 4{,}1}{16} + \frac{3\cdot 2{,}2}{16}\right)\cdot 6^2 + \frac{1}{2}\cdot 3{,}2\cdot 6 + \frac{1{,}9}{8}\cdot 6^2 = 78{,}4\ \text{kNm}$$

$$\mathrm{F}_{v,2} = q_{ver,2}\cdot\frac{l_{tot}}{2} + \gamma_g\cdot g_{k,column}\cdot l_{col} = 15{,}0\cdot\frac{20}{2} + 1{,}2\cdot 0{,}5\cdot 6 = 153{,}3\ \text{kN}$$

$$\sigma_{c,0,d,2} = \frac{F_{v,2}}{k_r\cdot b_{col}\cdot h_{col}} = \frac{153{,}3\cdot 10^3}{0{,}8\cdot 215\cdot 360} = 2{,}47\ \text{MPa}$$

$$\sigma_{m,d,2} = \frac{6\cdot M_{d,2}}{b_{col}\cdot h_{col}^{\ 2}} = \frac{6\cdot 78{,}37\cdot 10^6}{215\cdot 360^2} = 16{,}88\ \text{MPa}$$

Beakta inte böjmomentet $M_{2,\delta,h}$ som förorsakas av pelartoppens horisontalförskjutning, eftersom det verkar i motsatt riktning som böjmomentet som förorsaks av vindlasten.

Kontrollera villkoret för samtidigt verkande böjmoment och tryck (*SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.19*):

$$f_{m,d,2} = \frac{k_h\cdot f_{m,k}\cdot k_{mod,2}}{\gamma_M} = \frac{1{,}05\cdot 30\cdot 0{,}9}{1{,}25} = 22{,}73\ \text{MPa}$$

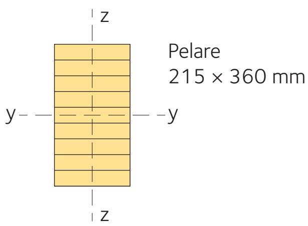
$$f_{c,0,d,2} = \frac{f_{c,0,k}\cdot k_{mod,2}}{\gamma_M} = \frac{24{,}5\cdot 0{,}9}{1{,}25} = 17{,}64\ \text{MPa}$$

$$\frac{\sigma_{m,d,2}}{f_{m,d,2}} + \left(\frac{\sigma_{c,0,d,2}}{f_{c,0,d,2}}\right)^2 = \frac{16{,}88}{22{,}73} + \left(\frac{2{,}47}{17{,}64}\right)^2 = 0{,}76 \quad < 1 \quad \textbf{OK}$$

c) Stabilitetskontroll för samtidig böjning och tryck

$$\sigma_{c,0,d,2} = \frac{F_{v,2}}{b_{col}\cdot h_{col}\cdot k_r} = \frac{153{,}3\cdot 10^3}{215\cdot 360\cdot 0{,}8} = 2{,}47\ \text{MPa}$$

$$\sigma_{m,d,2} = \frac{6\cdot M_{d,2}}{b_{col}\cdot h_{col}^{\ 2}} = \frac{6\cdot 78{,}37\cdot 10^6}{215\cdot 360^2} = 16{,}88\ \text{MPa}$$



Stabilitet kring y-axeln (utknäckning i z-riktning)

Knäcklängd:

$$l_{0,y} = 2{,}25\cdot 6 = 13{,}5\ \text{m}$$

Kritisk Eulerspänning:

$$\sigma_{cr,y} = \frac{\pi^2\cdot E_{0,05}\cdot I_y}{b_{col}\cdot h_{col}\cdot l_{0,y}^{\ 2}} = \frac{\pi^2\cdot 10800\cdot\dfrac{215\cdot 360^3}{12}}{215\cdot 360\cdot\left(13{,}5\cdot 10^3\right)^2} = 6{,}32\ \text{MPa}$$

Relativt slankhetstal:

$$\lambda_{rel,y} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{24{,}5}{6{,}32}} = 1{,}97$$

Faktor *k*:

$$k_y = \frac{1}{2}\cdot\left[1+\beta_c\cdot\left(\lambda_{rel,y}-0{,}3\right)+\lambda_{rel,y}{}^2\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[1+0{,}1\cdot\left(1{,}97-0{,}3\right)+1{,}97^2\right] = 2{,}52$$

Reduktionsfaktor vid knäckning:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y+\sqrt{k_y{}^2-\lambda_{rel,y}{}^2}} = \frac{1}{2{,}52+\sqrt{2{,}52^2-1{,}97^2}} = 0{,}24$$

Kontrollera villkoret för knäckning kring y-axeln och böjning kring y-axeln (*SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.23*):

$$\frac{\sigma_{c,0,d,2}}{k_{c,y}\cdot f_{c,0,d,2}}+\frac{\sigma_{m,d,2}}{f_{m,d,2}} = \frac{2{,}47}{0{,}24\cdot 17{,}64}+\frac{16{,}88}{22{,}73} = 1{,}33 \quad >1 \quad \textbf{EJ OK}$$

Villkoret uppfylls inte. Öka pelarens sidlängd från 360 mm till 405 mm:

$$h_{col} = 405\text{ mm} \qquad b_{col} = 215\text{ mm}$$

$$\sigma_{c,0,d,2} = \frac{F_{v,2}}{b_{col}\cdot h_{col}\cdot k_r} = \frac{153{,}3\cdot 10^3}{215\cdot 405\cdot 0{,}8} = 2{,}21\text{ MPa} \qquad \sigma_{m,d,2} = \frac{6\cdot M_{d,2}}{b_{col}\cdot h_{col}{}^2} = \frac{6\cdot 78{,}37\cdot 10^6}{215\cdot 405^2} = 13{,}33\text{ MPa}$$

Kritisk Eulerspänning:

$$\sigma_{cr,y} = \frac{\pi^2\cdot E_{0,05}\cdot I_y}{b_{col}\cdot h_{col}\cdot l_{0,y}{}^2} = \frac{\pi^2\cdot 10800\cdot\frac{215\cdot 405^3}{12}}{215\cdot 405\cdot\left(13{,}5\cdot 10^3\right)^2} = 7{,}99\text{ MPa}$$

Relativt slankhetstal:

$$\lambda_{rel,y} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{24{,}5}{7{,}99}} = 1{,}75$$

Faktor *k*:

$$k_y = \frac{1}{2}\cdot\left[1+\beta_c\cdot\left(\lambda_{rel,y}-0{,}3\right)+\lambda_{rel,y}{}^2\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[1+0{,}1\cdot\left(1{,}75-0{,}3\right)+1{,}75^2\right] = 2{,}1$$

Reduktionsfaktor vid knäckning:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y+\sqrt{k_y{}^2-\lambda_{rel,y}{}^2}} = \frac{1}{2{,}1+\sqrt{2{,}1^2-1{,}75^2}} = 0{,}31$$

Kontrollera villkoret för knäckning kring y-axeln och böjning kring y-axeln (*SS-EN 1995-1-1, ekvation 6.23*):

$$\frac{\sigma_{c,0,d,2}}{k_{c,y}\cdot f_{c,0,d,2}}+\frac{\sigma_{m,d,2}}{f_{m,d,2}} = \frac{2{,}21}{0{,}31\cdot 17{,}64}+\frac{13{,}33}{20{,}77} = 1{,}05 \quad >1 \quad \textbf{EJ OK}$$

Villkoret uppfylls ej, öka pelardimensionen.